

Automation of Electric Power Systems ISSN 1000-1026,CN 32-1180/TP

《电力系统自动化》网络首发论文

题目: 基于光量子计算机的电网停电后分区模型及量子比特扩容方法
 作者: 刘成骏,娄骐,徐一骏,顾伟,文凯,马寅
 网络首发日期: 2025-03-12
 引用格式: 刘成骏,娄骐,徐一骏,顾伟,文凯,马寅.基于光量子计算机的电网停电
 后分区模型及量子比特扩容方法[J/OL].电力系统自动化.
 https://link.cnki.net/urlid/32.1180.tp.20250311.2114.002



www.cnki.net

网络首发: 在编辑部工作流程中,稿件从录用到出版要经历录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿等阶 段。录用定稿指内容已经确定,且通过同行评议、主编终审同意刊用的稿件。排版定稿指录用定稿按照期 刊特定版式(包括网络呈现版式)排版后的稿件,可暂不确定出版年、卷、期和页码。整期汇编定稿指出 版年、卷、期、页码均已确定的印刷或数字出版的整期汇编稿件。录用定稿网络首发稿件内容必须符合《出 版管理条例》和《期刊出版管理规定》的有关规定;学术研究成果具有创新性、科学性和先进性,符合编 辑部对刊文的录用要求,不存在学术不端行为及其他侵权行为;稿件内容应基本符合国家有关书刊编辑、 出版的技术标准,正确使用和统一规范语言文字、符号、数字、外文字母、法定计量单位及地图标注等。 为确保录用定稿网络首发的严肃性,录用定稿一经发布,不得修改论文题目、作者、机构名称和学术内容, 只可基于编辑规范进行少量文字的修改。

出版确认:纸质期刊编辑部通过与《中国学术期刊(光盘版)》电子杂志社有限公司签约,在《中国 学术期刊(网络版)》出版传播平台上创办与纸质期刊内容一致的网络版,以单篇或整期出版形式,在印刷 出版之前刊发论文的录用定稿、排版定稿、整期汇编定稿。因为《中国学术期刊(网络版)》是国家新闻出 版广电总局批准的网络连续型出版物(ISSN 2096-4188, CN 11-6037/Z),所以签约期刊的网络版上网络首 发论文视为正式出版。 第 XX 卷 第 XX 期 XXXX 年 XX 月 XX 日

DOI: 10.7500/AEPS20241006002

电力系统自动化 Automation of Electric Power Systems

基于光量子计算机的电网停电后分区模型及量子比特扩容方法

刘成骏¹,娄 骐¹,徐一骏¹,顾 伟¹,文 凯²,马 寅² (1. 东南大学电气工程学院,江苏省南京市 210018; 2. 北京玻色量子科技有限公司,北京市 100020)

摘要: 电力网络发生大停电事故后采用分区并行恢复策略能够保证电网快速恢复正常运行,而精 准高效的分区方法则是恢复策略能够实施的重要前提之一。面对新型电力系统日益严格的时效性 需求,现存方法由于模型无法直接求解、求解结果需要人工选择及经典计算机算力限制等原因难以 满足,本文则利用近年来新兴的量子计算技术解决这一问题,提出了基于量子计算的电力网络停电 后快速恢复分区方法。首先,以切除线路权重和最小为目标,考虑电网实际运行安全约束构建了大 停电后网络分区模型,并将其转化为光量子计算机能直接求解的二元二次无约束优化模型;其次, 考虑实机量子比特数限制初步探讨了基于子问题抽取的量子比特扩容方法在实际应用中的可能 性;最后,依托北京玻色量子科技有限公司研发的专用量子计算机,使用两个不同规模的系统分别 验证了本文提出的分区模型的有效性,及本文提出量子扩容方法的实际表现。

关键词:量子计算;量子比特扩容;网络停电;二元二次无约束优化模型;谱聚类;并行恢复 分区

0 引言

"双碳"背景下,随着经济发展、社会进步和能源 转型,电力在能源消费侧所占比重不断提升^[1]。

另一方面,近年来由极端天气、设备故障、运行 事故等因素导致的全球范围内电网大停电事件频 发^[2-3],造成了严重的经济损失和社会影响。

电力系统大停电后的恢复策略总体上可分为两 类:串行恢复和并行恢复,其中并行恢复是将系统分 为若干区域,首先对每个区域独立进行恢复,最后将 各个区域连起来^[45]。而系统恢复可分为黑启动、网 络重构和负荷恢复三个阶段,在黑启动阶段,合理的 在线分区策略可有效降低系统恢复问题的复杂度, 加快系统恢复进程。针对电力系统停电后的分区问 题,目前已存在一些方法:文献[6]提出了基于复杂 网络社团结构的电网并行恢复子系统划分方案;文 献[7]提出了基于有序二元决策图的电网并行恢复 方案;文献[8]提出了基于半监督谱聚类的电网黑启 动分区方法;文献[9]提出了基于改进标签传播算法 的电网并行恢复分区方法;文献[10]提出了计及停 电损失的电网黑启动分区策略。

江苏省自然科学基金资助项目(BK20230851);中国优选法统筹法与经济数学研究会-玻色量子基金。

随着新型电力系统的发展,系统网络结构日益 复杂^[11],无疑给系统停电后的分区问题带来了更大 的挑战。而另一方面,新型电力系统的发展对分区 策略的实时性和精确性提出了更高的要求,而现存 的方法由于模型无法直接求解^[8,10]、求解结果需要 人工选择^[6-7]及现有计算设备算力限制造成的求解 时间长^[9-10]等原因难以满足以上要求。可以预见的 是,在未来很长一段时间内,二者间的矛盾将会严重 阻碍新型电力系统的发展^[12]。

但近年来量子计算技术的发展给网络分区这一 传统计算机上难以求解的问题提供了新的解决思 路^[13]。量子计算机能够利用量子比特天然的叠加、 纠缠及相干等特性,完成对问题求解的指数级加速, 在求解部分电力系统问题上已经表现出其优越 性^[14],而在其中,以二元二次无约束优化(quadratic unconstrained binary optimization, QUBO)模型为代 表的一类优化模式受到了广泛关注。文献[15]提出 了将机组组合的混合整数线性规划模型转化为 QUBO 模型并利用量子退火机求解的方法;文献 [16]提出了基于 QUBO 模型的网络分区量子求解 方法并利用大M法处理其中的不等式约束;文献 [17]提出了针对特定组合最优潮流 QUBO 模型的 量子求解方法;文献[18]提出了以网损最小为目标 的配网重构 QUBO 模型并设计了所提出模型的经 典-量子混合求解算法:文献[19]提出了基于QUBO

模型的虚拟电厂分布式资源优化模型,针对所提模型设计了冗余约束削减策略,并首次应用国产光量子计算机实现模型求解与量子加速计算。

但针对当下量子计算机求解规模受限的问题,现有文献缺乏足够的研究^[15-16],即使偶有讨论,也是 针对原模型而非离散化后在量子计算机上求解的 QUBO模型^[18-19],缺乏足够的泛用性。

在以上研究的基础上,本文针对电力系统停电 后的快速恢复分区问题,基于量子计算技术提出了 解决方案,并针对QUBO问题本身设计了基于子问 题抽取的量子比特扩容方法,最后通过光量子计算 实机验证了所提出模型和求解方法的有效性,具体 贡献如下:

1)基于谱聚类思想提出了停电后的电力网络快速恢复区域划分方法,考虑实际运行约束构建了分区模型,并将此模型转化为光量子计算机实机能够 直接求解的模型;

2)针对量子计算实机比特数限制,基于子问题 抽取思想设计了所提出模型的量子比特扩容方法, 探讨了这一方法在电网实际问题中的应用瓶颈,并 针对求解过程中出现的问题设计了解决方案;

3)通过合作团队研发的专用量子计算机,验证 了本文所提出的模型及其量子比特扩容方法的实际 效果,以期为量子计算在电力系统中的推广应用提 供参考。

1 基于谱聚类思想的电力网络快速恢复分 区模型

1.1 分区目标函数

网络分区的目标是将N个节点分为K个子区 域。将电网拓扑图视为一加权无向图G(V, E),其 中, $V = \{v_1, v_2, \dots, v_i, \dots, v_N\}$ 为网络节点集合, $E = \{(v_i, v_j) | v_i \in V, v_j \in V\}$ 为线路集合。引入两节点间 权重系数 w_{ij} 描述节点 v_i 和节点 v_j 间联系的紧密程 度,则在无向图中,其可定义为:

$$w_{ij} = w_{ji} = \begin{cases} \frac{1}{Z_{ij}} & i \neq j \\ 0 & i = j \end{cases}$$
(1)

式中: Z_{ij} 为节点 v_i 和节点 v_j 间阻抗。

为了描述图中节点的重要程度,定义节点*v_i*的 度为:

$$d_i = \sum_{j=1, j \neq i}^{N} w_{ij} \tag{2}$$

引入以上描述后,网络电力系统快速恢复分区 问题可视为一类最小割问题:切除网络中的某几条 谱聚类的核心思想是利用拉普拉斯矩阵对图进 行分割,找出图中联系紧密的子区域,而在其中,拉 普拉斯矩阵决定着图的割结构^[20]。

构建拉普拉斯矩阵首先需要构建邻接矩阵和度 矩阵。首先,利用权重系数*w_{ij}构建邻接矩阵W*,*W* 为对称矩阵,如式(3)所示。

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} 0 & w_{12} & \cdots & w_{1N} \\ w_{21} & 0 & \cdots & w_{2N} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ w_{N1} & w_{N2} & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$
(3)

然后,利用度指数*d*_i构建度矩阵*D*,*D*也为对角 矩阵,如式(4)所示。

$$D = \begin{bmatrix} d_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & d_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & d_N \end{bmatrix}$$
(4)

最后,本图对应的拉普拉斯矩阵为:

$$L = D - W \tag{5}$$

根据此拉普拉斯矩阵,网络快速恢复分区目标^[16]可表述为:

$$\min_{\boldsymbol{x}_k} \sum_{k=1}^{K} \boldsymbol{x}_k^{\mathrm{T}} \boldsymbol{L} \boldsymbol{x}_k \tag{6}$$

式中: $x_k = [x_{1,k}, \dots, x_{i,k}, \dots, x_{N,k}]^T$,其中, $x_{i,k} \in \{0, 1\}$ 为描述节点分区结果的二元变量,若节点 v_i 被分到 第k个子区域内,则 $x_{i,k} = 1$,否则 $x_{i,k} = 0$ 。

1.2 分区约束条件

为了后续恢复操作的便捷性,本文主要考虑了 以下几类约束。

首先,考虑唯一分区约束,即每个节点只能被分 到唯一子区域中,如式(7)所示。

$$\sum_{k=1}^{K} x_{i,k} = 1 \qquad \forall i \in \{1, 2, \cdots, N\}$$
(7)

其次,每个子区域中的节点数量必须大于一定 的阈值,以防止出现平凡解,如式(8)所示。

$$\sum_{i=1}^{N} x_{i,k} \geqslant N_k \quad \forall k \in \{1, 2, \cdots, K\}$$
(8)

式中:N_k为第 k个子区域对应的最小节点数限制。

参考文献[7],考虑到子区域的发电和负荷功率 应平衡:

$$-P_{k}^{\max} \ll \sum_{i=1}^{N} x_{i,k} (P_{i} - D_{i}) \ll P_{k}^{\max} \quad \forall k \in \{1, 2, \cdots, K\}$$

$$(9)$$

式中:P_i和D_i分别为节点v_i处的发电有功功率和需 求有功功率;P^{max}为使得第k个子区域频率不越限的 不平衡功率上限。

最后,保证每个子区域中至少有一个黑启动电源,如式(10)所示。

$$\sum_{i=1}^{N} x_{i,k} G_i \ge 1 \quad \forall k \in \{1, 2, \cdots, K\}$$
(10)

式中: G_i 为二元指示参数, $G_i = 1$ 表示 v_i 处有黑启动电源,否则 $G_i = 0$ 。

显然,本文构建的模型存在*K2^N*个可能的解向量,问题的求解时间随节点个数*N*增长呈指数级上升,属于经典计算机上的 NP-hard 问题。

需要说明的是,本文考虑的约束仅为一部分代 表性约束,如有需要可根据实际问题加入更多新的 运行约束,在可用量子比特数允许的情况下,加入更 多约束并不会加大后续模型的转化和求解难度。

2 从伊辛模型到量子计算机

作为一种专用的量子计算机,本文所使用的相 干伊辛机(coherent Ising machine,CIM)只能求解形 式为伊辛模型的无约束优化问题。在求解其他类型 的模型时,则需要把待解的模型转化为伊辛模型后 才能进行求解。

2.1 伊辛模型

伊辛模型最早由物理学家 Wilhelm Lenz于 1920年提出,用于解释铁磁物质发生相变的原因, 其后他的学生Ernst Ising于1924年解得了该模型的 一维解析解^[21]。考虑这样一个由M个晶格构成的 微观系统:每一个晶格都只有向上或者向下两种自 旋状态,并且相邻的晶格会互相影响,整个系统还会 受到外部磁场的影响,那么系统的哈密顿量可以被 描述为:

$$H_{\text{Ising}} = \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^{M} J_{ij} \sigma_i \sigma_j + \sum_{i=1}^{M} h_i \sigma_i \qquad (11)$$

式中: $\sigma_i \in \{-1,1\}$ 为描述晶格自旋状态的变量, $\sigma_i = 1$ 表示向上自旋, $\sigma_i = -1$ 表示向下自旋; J_{ij} 表 示两个晶格间的相互作用强度,当 σ_i 和 σ_j 相邻时 $J_{ij} \neq 0$,否则 $J_{ij} = 0$; h_i 为外部磁场对晶格 σ_i 的作用 系数。

只要把待求解模型式(6)中的变量映射为伊辛 模型中的自旋变量,则可以将原问题转化为寻找系 统哈密顿量最低的自旋组态优化搜索问题,而这一 问题是可以被以相干伊辛机为代表的专用量子计算机直接求解的。

显然,采用式(12)所示的转换方法,可以不失 等价性地把分区问题中的二元变量*x_i*转化为伊辛模 型中的自旋变量*σ_i*。

$$x_i = \frac{1 + \sigma_i}{2} \tag{12}$$

2.2 相干伊辛机

CIM 是一种专用的求解伊辛模型的量子计算机,利用光量子作为量子比特对模型进行求解。相比于超导、离子阱等其他技术路线,CIM 可以在室温下稳定运行且花费的成本更低,对过程噪声的耐受程度也更高^[22]。



Fig. 1 Process for solving the Ising model using a coherent Ising machine

CIM 是一个由简并光参量振荡器(degenerate optical parametric oscillator, DOPO)组成的光学网络,DOPO由一个谐振腔和其中的二阶非线性晶体组成,当泵浦光照射到非线性光学晶体时会分出两束光,两束光的频率为泵浦光的一半,这一二元输出特性恰好可以用来模拟伊辛模型中的晶格自旋。CIM 中每个 DOPO 脉冲在泵浦光强低于振荡阈值时处于压缩真空态,当泵浦光强高于振荡阈值时处于低缩真空态,当泵浦光强高于振荡阈值时处于低缩真空态,而在振荡阈值的临界点存在

两种相位的线性叠加态。网络中的每一个 DOPO 对应伊辛模型中的一个自旋晶格σ_i,其信号输出根 据所涉及的自旋晶格之间的耦合系数*J_{ij}*相干地注 入另一个DOPO。

网络中 DOPO 脉冲的每种相位组合称为一种 全局模式,并对应一种伊辛模型中的晶格自旋组 态。由于不同的自旋组态在网络中具有不同的总光 子损耗,根据最小增益原理^[22],网络很可能以具有 最小光子损耗即对应伊辛基态的自旋构型振荡。 CIM求解伊辛模型的具体步骤如下^[23]:

1)开始时,网络中的每个 DOPO 脉冲都处于 0 和 π 两种相位的线性叠加态,此时系统选择每种相 位组合的概率基本相等,即有:

$$p = \frac{1}{\sqrt{2}} (|+1\rangle + |-1\rangle)_{1} \otimes \cdots \otimes \frac{1}{\sqrt{2}} (|+1\rangle + |-1\rangle)_{M} = \frac{1}{\sqrt{2^{M}}} \left(\frac{M}{\sqrt{2^{M}}} \left(\frac{M}{\sqrt{2^{M}}} + \frac{M}{\sqrt{2^{M}}} + \frac{M}{\sqrt{2^{M}}} + \frac{M}{\sqrt{2^{M}}} + \frac{M}{\sqrt{2^{M}}} + \frac{M}{\sqrt{2^{M}}} \right)$$

$$(13)$$

式中:*p*为系统此时对应的相位组合,⊗为克罗内克积算符。

2)随泵浦光强增加,耦合系数J_{ij}开始发挥作用。当泵浦光强接近振荡阈值时,两个简并基态(对应模型的可能最优解)的概率振幅被放大,其他激发态的概率振幅则被抑制到可近似忽略。

3)在 DOPO 振荡阈值的临界点,由于两个简并 基态对应的系统哈密顿量相等,系统以相等的概率 选择两个简并基态中的一个,这一过程称为自发对 称性破缺。即此时 $|p_1\rangle$ 和 $|p_2\rangle$ 中的一个概率振幅被 放大,另一个被抑制。

4)随着泵浦光强增加到远高于 DOPO 振荡阈 值时,由于泵浦耗尽,系统在第(3)步中选择的简并 基态在所有自旋态中占据主导地位,并且每个 DOPO的量子态都接近0相位或π相位的高激发相 干态。此时对系统进行测量,就能以接近1的概率 得到使得对应伊辛模型哈密顿量最低的晶格自旋 组态。

至此,利用CIM求解伊辛模型最低哈密顿量对 应的自旋晶格组态的流程结束,这一过程可以视为 一种利用量子并行搜索技术自动寻优的过程。

2.3 基于相干伊辛机的二元二次无约束优化模型 由于CIM的上位控制机仍为经典计算机,相比 于变量空间为 $\{-1,1\}^{M}$ 的伊辛模型,变量空间为 $\{0,1\}^{M}$ 的 QUBO 模型不仅在存储上更符合经典计 算机的二进制特性,在数学上也更具有普适性^[24]。

而伊辛模型和 QUBO 模型是同构的,具体证明 见附录 A。QUBO 模型的形式如式(14)所示。

$$f(x) = x^{\mathrm{T}} Q x \tag{14}$$

式中:*x*为二元决策向量;*Q*为对称形式或是上三角形式的系数矩阵。

只需上传Q矩阵,CIM就能够把QUBO模型编译为可以直接求解的伊辛模型,并自动寻找使得该伊辛模型哈密顿量最低(等同于使得QUBO模型函数值最小)的自旋组态。

3 考虑约束的电力系统快速恢复分区模型

正如第二章中所提到的,CIM只能求解无约束 问题,所以必须把所有约束转化为目标函数才能对 模型进行求解,本章则针对不同类型的约束给出对 应的处理方法。对于以约束式(7)为代表的等式类 约束,可以直接利用罚函数法将约束转化为目标函 数增广项,罚函数选用平方罚函数,则转化后的增广 项如式(15)所示。

$$H_{\text{only}} = \sum_{i=1}^{N} \lambda_i^{\text{only}} \left(\sum_{k=1}^{K} x_{i,k} - 1 \right)^2$$
(15)

式中: λ_i^{only} 为对应的惩罚系数。

对于不等式约束,则首先需要引入松弛变量将 不等式约束转化为等式约束,以约束式(8)为例,引 入松弛变量*s*^{test}∈N将其变为等式约束如下:

$$\sum_{i=1}^{N} x_{i}^{k} - s_{k}^{\text{least}} - N_{k} = 0 \qquad \forall k \in \{1, 2, \cdots, K\} \quad (16)$$

则约束式(8)同样可用罚函数法转化为目标函数,如下所示:

$$H_{\text{least}} = \sum_{k=1}^{K} \lambda_k^{\text{least}} \left(\sum_{i=1}^{N} x_{i,k} - s_k^{\text{least}} - N_k \right)^2 \quad (17)$$

式中: $\lambda_{k}^{\text{least}}$ 为对应的惩罚系数。

然后可用二进制展开将松弛变量 *s*^{least}转化为二进制变量的组合,即

$$s_k^{\text{least}} = \sum_{b=\underline{B}_k^{\text{least}}}^{\overline{B}_k^{\text{least}}} x_{k,b}^{\text{least}} 2^b \qquad \forall k \in \{1, 2, \cdots, K\} \quad (18)$$

式中: $x_{k,b}^{\text{least}} \in \{0,1\}$ 为二进制变量, $B_k^{\text{least}}/\underline{B}_k^{\text{least}}$ 则为展开 s_k^{least} 对应的最高/最低比特位。可以看出,将松弛变 量二进制展开后,需要新引入的二进制变量个数为:

$$B_{k}^{\text{least}} = \begin{cases} \overline{B_{k}^{\text{least}}} - \underline{B_{k}^{\text{least}}} & \overline{B_{k}^{\text{least}}} \underline{B_{k}^{\text{least}}} > 0\\ \overline{B_{k}^{\text{least}}} - \underline{B_{k}^{\text{least}}} + 1 & \overline{B_{k}^{\text{least}}} \underline{B_{k}^{\text{least}}} \leq 0 \end{cases}$$
(19)

4

值得说明的是,由于上式中的 $s_{k}^{\text{least}} \in \mathbb{N}$,故 <u> $B_{k}^{\text{least}} = 0$ </u>,此时仅展开到整数位。但<u> B_{k}^{least} </u>同样可以取 负值,例如:当<u> $B_{k}^{\text{least}} = -1$, $\overline{B}_{k}^{\text{least}}$ </u>时,式(18)就可以表 示 {4,3.5,3,2.5,2,1.5,1,0.5} 中的任意一个 数^[12,19]。展开的精度越高,需要的比特数也就越多。

类 似 地, 引 入 松 弛 变 量 $\overline{s}_{k}^{\text{freq}} \in \mathbb{R}^{*}, \underline{s}_{k}^{\text{freq}} \in \mathbb{R}^{*}, s_{k}^{\text{back}} \in \mathbb{N}$ 将式(9)和式(10)转换为等式罚函数,如下 所示:

$$\bar{H}_{\text{freq}} = \sum_{k=1}^{K} \lambda_k^{\text{freq}} \left(\sum_{i=1}^{N} x_{i,k} (P_i - D_i) + \bar{s}_k^{\text{freq}} - P_k^{\text{max}} \right)^2 \quad (20)$$

$$\underline{H}_{\text{freq}} = \sum_{k=1}^{K} \lambda_k^{\text{freq}} \left(\sum_{i=1}^{N} x_{i,k} (P_i - D_i) - \underline{s}_k^{\text{freq}} + P_k^{\text{max}} \right)^2$$
(21)

$$H_{\text{back}} = \sum_{k=1}^{K} \lambda_k^{\text{back}} \left(\sum_{i=1}^{N} x_{i,k} - s_k^{\text{back}} - 1 \right)^2 \qquad (22)$$

式中: λ_k^{freq} , λ_k^{back} 为对应的惩罚系数。

至此,所有的约束条件都被转化为原模型的增 广项,最后得到需要求解的电力系统快速恢复分区 模型为:

$$\min_{x_{k}} \sum_{k=1}^{n} x_{k}^{\mathrm{T}} L x_{k} + H_{\mathrm{only}} + H_{\mathrm{least}} + \bar{H}_{\mathrm{freq}} + \underline{H}_{\mathrm{freq}} + H_{\mathrm{back}}$$
(23)

式(23)即为本文提出的电力系统快速恢复分 区模型的QUBO多项式形式。理论上,只需将其转 化为矩阵形式即可在CIM上完成求解并得到最终 分区结果,但当前量子计算机的硬件发展速度限制 了实机的求解规模。

4 基于子问题抽取的电力系统快速恢复分 区模型求解方法

4.1 基于子问题抽取的 subQUBO 思想

考虑到目前 CIM 的主要限制之一为可用量子 比特数量,而量子比特数量决定了实际分区问题中 的变量数,进而影响到量子计算机实际能够求解的 网络规模。为了扩大量子真机的求解规模,经典-量 子混合算法成为了当下被广泛接受的一种求解框 架,为了使得能够解决的分区问题尽量接近实际可 用规模,本文在经典-量子混合求解框架下基于 subQUBO方法尝试对所提出的模型进行量子比特 扩容。subQUBO是由 Yuta Atobe 等人提出的经典-量子混合求解方法^[25],其基本思想如下:

首先利用经典计算机对量子计算机无法直接求 解的模型求出一组较优的可行解,记为 $\hat{x} = [\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_i, \dots, \hat{x}_M], 令 x_{sub} \subset x 为原决策向量的一个$ $子集。在原问题中抽取<math>x_{sub}$ 对应的子问题,并将原 问题其余部分的解固定为原可行解除去子问题后剩 余的部分*x**x*_{sub}对应的变量值(0或1),则原问题转 化为:

$$f_{s}(x) = \sum_{x_{i} \in x_{ub}} \sum_{x_{j} \in x_{ub}} q_{ij} x_{i} x_{j} + \sum_{\hat{x}_{i} \in \hat{x} \setminus x_{ub}} \sum_{\hat{x}_{j} \in \hat{x} \setminus x_{ub}} q_{ij} \hat{x}_{i} \hat{x}_{j} + \sum_{\hat{x}_{i} \in \hat{x} \setminus x_{ub}} \sum_{x_{j} \in x_{ub}} (q_{ij} \hat{x}_{i}) x_{j} + \sum_{x_{i} \in x_{ub}} q_{i} x_{i} + \sum_{\hat{x}_{i} \in \hat{x} \setminus x_{ub}} q_{i} \hat{x}_{i}$$
(24)

此时令
$$\tilde{q}_i = q_i + \sum_{\hat{x}_i \in \hat{x} \setminus x_{ub}} q_{ij} \hat{x}_i$$
,并注意到

 $\sum_{\hat{x}_i \in \hat{x} \setminus x_{sub}} \sum_{\hat{x}_j \in \hat{x} \setminus x_{sub}} q_{ij} \hat{x}_i \hat{x}_j + \sum_{\hat{x}_i \in \hat{x} \setminus x_{sub}} q_i \hat{x}_i \ge \mathfrak{n}$ 为一常数 C_{cons} , 则式(24)可转化为:

$$f_s(x) = \sum_{x_i \in \mathbf{x}_{sub}} \sum_{x_j \in \mathbf{x}_{sub}} q_{ij} x_i x_j + \sum_{x_i \in \mathbf{x}_{sub}} \bar{q}_i x_i + C_{cons} \quad (25)$$

只要子问题规模|*x*_{sub}|不超过量子计算机的比特数限制,那么式(25)就能够通过量子计算机求解。

4.2 本文提出的量子比特扩容方法

由上一节的分析可知,使得式(25)的最优解接 近于理论最优解的关键在于抽取出经典计算机难以 计算出的部分组成*x*_{sub},以及被固定的其余部分*x*\ *x*_{sub}尽量接近最优值。理论上,只要抽取出*x*中计算 "不正确"的所有变量组成新的子问题在CIM上计 算,就能通过求解子问题得到原问题的最优解,具体 证明见附录B。

对于能够在经典计算机上求解出可行解的原问题,可以做出这样的假设:越是经典计算机容易求解的部分,在多次求解的过程中得到的解越趋向于相同值。比如,对于解向量中的第*i*位变量*x_i*,在20次求解全为1(或0),那么可以认为这一位变量在本问题中对应的最优值就是1(或0);如果求解出的结果有10次为1,10次为0,那么就可以认为这一位变量在经典计算机上求解困难,是需要被抽取构成子问题的变量。

本文通过以下方法实现 subQUBO 的抽取-计算 过程:

首先利用经典计算机计算原问题 N_I 次,得到初 始解池{ $x_1, x_2, ..., x_{N_i}$ },并将其中的最优解赋给 \hat{x} ; 其次在初始解池中随机选择 $N_s(2 \le N_s \le N_l)$ 个解, 统计被选中的解上第i位上1出现的频率,记为 F_i ; 而后计算 $\xi_i = |F_i - N_s/2|$ 的大小,抽取前 N_M 个最 小 ξ_i 对应的变量 x_i 组成子问题,并利用量子计算机 求解一次子问题,将最优解更新至初始解池;重复 "统计频率-抽取子问题-求解子问题"的过程 N_E 次, 在最后得到的解池中选择最优解输出。值得说明的 是,本算法中经典计算机和量子计算机间的迭代次数由N_E决定,而这一参数通常不会设置地过大^[25]。

在本文中,量子比特扩容定义如下:针对需要在 CIM上计算的QUBO模型,使用 N_E 个量子比特实 现了 $N_o(N_o > N_E)$ 个量子比特的等效计算效果。

为了量化量子比特扩容方法的效果。引入如下 的扩容率指标:

$$I_{\rm qubit} = \frac{N_o - N_M}{N_o} \times 100\%$$
 (26)

式中:No为原QUBO问题二进制变量个数

但在将此方法应用于网络分区这一问题的过程中,在考虑约束(7)-(10)的情况下,求解结果可能出现某些节点无法满足网络约束的情况^[27],如图2(a)所示。图中黄色和蓝色部分分别为两个不同子区域,对应颜色的节点和实线则为分区中包含的节点和线路,红色虚线则为应该被切除的线路。可以看出,最终分组结果把节点2、4分为一个区域,节点1、3、5则分为另一区域,但在图中所示的拓扑下,无论切除哪些线路,节点2都不能绕过节点3或节点5与节点4处于同一区域中,即节点2、3的分区结果不满足子区域连通性要求。出现这一结果的具体原因可见第五章。



针对这一问题,一种通用的约束是在原模型加 入诸如流量守恒约束的硬约束强制保证子区域的连 通性,但此类做法会在原模型中引入更多的约束,导 致决策变量的进一步增多,与量子扩容的思想是相 悖的。本文采取的解决方案如下:

首先,基于求解结果构建各子区域的拉普拉斯 矩阵L_k,并求解出对应的最小非平凡特征值,若为 负值则说明此子区域不连通;其次,针对不连通区域 搜索其中的孤立节点,恢复其被切除的相邻边并将 其并入相邻子区域(恢复边w45、w34和w14,将节点4 并入黄色子区域),直至所有子区域各自满足连通 性;最后,检验各子区域是否满足约束(7)-(10),如 否则对边界节点进行调整。以一个简单的例子说明 以上过程:

假设分区结果如如图 2(a)中所示,即节点 2、4 被分到一个子区域,节点 1、3、5 被分到另一个子区 域。首先判断各子区域连通性:黄色子区域连通,蓝 色则不连通;其次,搜索出蓝色区域中的孤立节点, 即节点 4,恢复边 w₄₅、w₃₄和 w₁₄,将节点 4并入黄色 子区域;最后,在将节点 4并入黄色区域后,蓝色区 域仅剩节点 2,若约束规定每个区域最小节点数为 2,则检索与两个区域间的边界节点,选择重新分区 后切除线路权重和最小的节点和节点 2组成新的蓝 色子区域,并验证是否满足其他约束,最终得到的分 区结果如图 2.(b)所示。

基于以上论述,本文提出的基于子问题抽取的 电力系统快速恢复分区模型求解方法流程如下:

表1	基于子问题	抽取的	电力	系统快速	悲恢	复分	X	模型	₫求
			解方法	去					

Table 1 A subproblem-based approach for solving the proposed model

基于子问题抽取的电力系统快速恢复分区模型求解方法
1)输入初始数据,根据式(23)生成电力系统快速恢复分区 QUBO 樟利·
2)基于子问题抽取的量子比特扩容算法;
3)设置参数 N_I, N_E, N_S, N_M 的数值;
4)生成容量为N _I 的初始解池,并将其中的最优解赋值给初始解向
$f \equiv \hat{x};$
5)基于 N_s 个解的统计结果抽取一次变量数为 N_M 的子问题;
6)求解一次子问题,未被抽取出的变量用 <i>x</i> 中的对应值带入,基于 求解结果更新初始解池和 <i>x</i> ;
7)重复步骤5)和6)N _E 次,在解池中选择最优解输出;
8)检验解的合理性;
9)验证输出的最优解是否满足区域连通性约束,若否,则将孤立节 点并入最近的分区中;
10)验证步骤9)中的分区结果是否满足约束(7)-(10),若否,则调整 边界节点以满足以上约束;
11)输出最终结果。

5 量子比特扩容算法讨论

基于 QUBO 模型的电网分区结果不满足子区 域连通性要求不仅在本文的量子比特扩容方法中得 到体现,文献[26]亦有体现,但其作者团队将这一 结果出现的原因简单归纳为边权重的设置不合理。 但经过对中间求解过程的分析,本文则将的这一现 象出现的原因归纳以下三点:

5.1 初始解池中解的准确性

初始解池中需要有足够数量的较优解来保证抽出 N_s个解统计时的置信度。如果初始解池中的解准确性较差,则每次统计结果中 ξ_i趋近0的变量数远大于 N_M(记为 N^{max}),那么在一次子问题求解中最

后仍有 $N_M^{\text{max}} - N_M$ 个难以求解的变量未被求解到, $N_M^{\text{max}} - N_M$ 的差值越大,需要重复求解来覆盖到所 有难求解变量的次数就越多,求解的准确性也越 差。另一方面,电力网络分区问题由于其拓扑复杂 性加大了原问题的求解难度,对初始解池的影响同 样不可忽略。

5.2 电力网络分区问题中解的异构性

假设有4个节点需要分成2个区域,最优分区标签为[1,1,2,2],即节点1、2被分至区域1,节点3、4被分至区域2,采用本文的变量编码模式,则指示分区的解向量应为 $\begin{bmatrix} 1,1,0,0\\0,0,1,1 \end{bmatrix}^{T}$,但分区标签为 [2,2,1,1]时为完全相同的分区结果,此时仅有对应区域的标签编号不同,指示分区的解向量为 $\begin{bmatrix} 0,0,1,1\\1,1,0,0 \end{bmatrix}^{T}$,但在解池中抽取可行解统计时,以上两个解向量并不等价,解池中异构可行解的比例越大,统计时的正确率也就越低。

5.3 子问题抽取时造成的拓扑信息丢失

本文在构造目标函数时使用了拉普拉斯矩阵, 其本身已经包含了整个网络的连通性信息,但在进 行子问题抽取时只抽取了整个拉普拉斯矩阵的一部 分构成子矩阵进行计算,已经造成了连通性信息缺 失。另外,多次重复计算也会加重这一信息缺失程 度,在每次以大于原拉普拉斯矩阵行数的规模抽取 子问题是才有可能保留整个矩阵的信息而不造成信 息缺失。最后,电力网络特有的运行限制(约束式 (7)—式(10))不仅扩大了分区问题的变量规模,同 样加大了子问题抽取时的难度。

6 算例验证

本章通过两个不同规模的算例分别验证本文所 提出分区模型的有效性,及对所提出的量子比特扩 容方法的表现。

6.1 IEEE 39节点算例

本节使用 IEEE 39标准节点系统对第三章的模型进行验证。分区数设置为2,因模型只考虑分区 有功平衡,无功不平衡量可通过本地无功补偿装置 平衡,故只考虑线路电阻。N_k设置为10,P^{max}设置 为0。具体网络参数见参考文献[27]。QUBO模型 的建模、惩罚因子设置和模型求解均可通过玻色量 子的 Kaiwu SDK进行^[28],最后实际求解的二进制变 量规模为87,实际计算时需要增加一位辅助比特, 最终所用量子比特数目为88。

使用以下六种方法对 IEEE 39 节点系统分区,

主要分为三大类:

(1)传统谱聚类分区算法:①无监督谱聚类;②半监督谱聚类;

(2)基于 QUBO 模型的分区方法:③使用模拟 退火算法对本文提出的 QUBO 模型求解,初始退火 温度设置为 100 000,降温系数设置为 0.999,截止温 度 设 置 为 0.001;④ 使 用 Gurobi 对 本 文 提 出 的 QUBO 模型求解,收敛容差设置为 0.001;⑤使用北 京玻色量子科技有限公司的 100 比特相干伊辛机对 本文提出的 QUBO 模型求解。

(3)基于混合整数线性规划模型的分区方法:⑥设置目标函数为式(6),约束条件为式(7)-(10),使用Gurobi求解,收敛容差设置为0.001;

对比算法均运行于同一台经典计算机,硬件配置为Intel-i5-13400F 2.50 GHz,32G RAM。

最后,使用模块度^[29]作为分区结果的评判指标,各方法的求解结果见表2。

	表	2	六种]	方法求角	解结	ţ	果
Table	2	Sol	ution	results	of	6	methods

方法	求解时间/ms	模块度	
1	172.00	0.103	
2	504.00	0.444	
3	623 457.00	0.444	
4	463 251.00	0.444	
5	3.89	0.444	
6	25.80	0.444	

六种方法的具体分区结果如图 3 所示,图中黑 色节点为一般节点,蓝色节点为备用恢复节点。由 上图可以看出,不对谱聚类方法进行监督的情况下, 由于其无法考虑约束,分区结果不能满足网络的实 际运行需求。而考虑监督的谱聚类则必须引入新的 分区判别条件或是人工重新对边界节点划分,严重 拉长了分区所需时间。

由本节的结果可以看出,本文所提出的网络分 区 QUBO 模型在使用相干伊辛机求解的时能够获 得和最优分区策略相同的分区结果,且耗费的求解 时间最短,对比第二快的求解方法实现了 6.7 倍的 加速效果。

6.2 IEEE 118节点算例

本节使用 IEEE 118标准节点系统对第四章提 出的模型求解方法进行验证,分区数设置为3,N_k设 置为20,由于本文使用的光量子计算机最大计算比 特数为400,而约束(9)相比于其他约束需要大量占 用量子比特,造成比特数超限,故在本算例中暂不考 虑约束(9)。具体网络参数见参考文献[27],最终



需要处理的二进制变量个数为376。

使用本文提出的量子比特扩容方法进行求解时,N_I设置为20,N_s设置为10,N_E设置为5。则在不同N_M取值下的各子区域节点数量范围如图4所示。



在图 4 中, N_M 的取值范围从 100 变化至 180, 步 长为 20, 最优分区结果中各自区域包含的节点数量 为 46、42、30, 在图中以虚线标出, 在每一个 N_M 设置 下实验 5 次。由图 4 可以看出, 随子问题规模 N_M 增 大, 求解的最终结果逐渐趋近参考最优结果, 且波动 范围逐渐减小。在不同 N_M 设置下, 计算各子区域 节点数目与最优值之差的和取平均值, 得到的结果 分别为 12、13.6、12.4、15.2 和 4.8, 在 N_M = 180 时取 得了较优的分区结果。以 N_M = 180 计,本文的量子 扩容效果达到了 52.1%,即将能够计算的问题规模 提高一倍有余。

N_M=180时,基于本文提出的求解框架,使用 三种不同的子问题求解方法求解所提出的模型,结 果如表所示。解池生成使用模拟退火算法,初始退 火温度设置为100000,降温系数设置为0.99,截止 温度设置为0.01。在求解子问题时使用的算法包 括:①使用Gurobi对抽取出的子模型求解,收敛容 差设置为0.001;②使用光量子计算机对抽取出的子 模型求解;③使用模拟退火算法对抽取出的子模型 进行求解,初始退火温度设置为100000,降温系数 设置为0.995,截止温度设置为0.001。

由表中结果可以看出,相比于Gurobi直接求解 或是模拟退火,光量子计算机的子问题求解耗时是 最少的,Gurobi则由于问题的强非凸性极易陷入局 部最优。在连通性校验和边界节点调整的耗时上, 光量子计算机得到的结果相比于模拟退火其子区域 连通性更优,离群节点更少,故相比于模拟退火方法 耗费的调整时间也更少。

表 3 不同算法下基于子问题抽取框架的模型求解时间 Table 3 Solution time based on subproblem extraction framework under 3 algorithms

方法	解池生成时 间/s	子问题求解总 耗时/s	连通性校验及边界 节点调整时间/s
1		-	-
2	121.35	0.014 8	1.41
3		231.800 0	2.89

注:解池生成时间和采用的算法强相关,如采用不同的启发式的 算法这一时间可能大幅波动,但不影响结论的正确性;"-"表示该 算法无法在规定时间内得到子问题的解,在本算例中,单次子问 题的求解上限时间设置为300 s。

以图 5 描述 N_{M} = 100时 5次实验中最优和最差的分区结果,其中最优分区结果仅有节点 40、41、42及节点 98 与参考最优分区结果不同。而最差分区结果虽然切除的线路更少,但目标函数值与最优参考值相差较大。但无论是哪种结果,都能满足网络连通性约束和运行约束。

分析图4和图5,能够得出以下结论:子问题抽 取过程中的随机性是造成结果波动的最主要原因。 并不是每一次抽取都能够抽取到原问题中"难以求 解"的部分,这一点和第五章的分析相符。但从结果 上看,本文提出的量子扩容方法已经取得了较好效 果,这是未来光量子计算机大规模应用于电力系统 的关键技术之一;而如何更精准地实现子问题抽取, 是未来实现量子扩容的关键问题之一。



图 5 N_M = 100 时 IEEE 118 节点系统分区结果 Fig. 5 IEEE 118-bus system partitioning results for N_M = 100

7 结语

本文基于谱聚类思想提出了适用于光量子计算 机电力网络大停电后的快速分区目标函数,并结合 电力系统实际运行约束构建了停电后快速分区 QUBO模型。考虑到目前光量子计算机发展的主 要瓶颈——量子比特数限制,对电力系统中的量子 比特方法做出了初步探索,最后在玻色量子提供的 专用光量子计算机上完成了模型和算法验证,得到 的主要结论如下:

1)本文提出的快速分区 QUBO 模型能够在不 损失计算精度的情况下大幅减少计算所需时间,在 新型电力系统网络日益复杂化的背景下有着良好的 应用潜力。

2)本文初步探讨了基于 subQUBO 思想的量子 比特扩容方法在电力系统中的应用价值,及针对电 力系统网络分区这一问题设计了针对不合理求解结 果的解决方案,对推动量子计算技术在电力系统中 的应用具有重要意义。

在量子计算蓬勃发展的当下,本文尝试使用这 一技术解决电力系统中的传统难题,不仅能够助力 新型电力系统的转型,同样对推动国内量子技术向 前发展有着重要意义。在未来的工作中,作者将针 对分区后的恢复过程展开进一步研究,研究停电后 分区-恢复的全过程量子化解决方法。 在本文审稿过程中,审稿专家与作者的讨论见 附录D。

本文在撰写过程中得到北京玻色量子科 技有限公司软件算法部朱洪东工程师提供的 技术支持,特此感谢!

附录见本刊网络版(http://www.aeps-info.com/ aeps/ch/index.aspx),扫英文摘要后二维码可以阅读 网络全文。

参考文献

- [1] 胡博,谢开贵,邵常政,等.双碳目标下新型电力系统风险评述: 特征、指标及评估方法[J].电力系统自动化,2023,47(5):1-15.
 HU Bo, XIE Kaigui, SHAO Changzheng, et al. Commentary on risk of new power system under goals of carbon emission peak and carbon neutrality: characteristics, indices and assessment methods[J]. Automation of Electric Power Systems, 2023, 47 (5): 1-15.
- [2] 钟海旺,张广伦,程通,等.美国得州 2021年极寒天气停电事故 分析及启示[J].电力系统自动化,2022,46(6):1-9.
 ZHONG Haiwang, ZHANG Guanglun, CHENG Tong, et al. Analysis and enlightenment of extremely cold weather power outage in Texas, U.S. in 2021[J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(6): 1-9.
- [3] 薛峰,王昊昊,薛禹胜.面向恢复决策的新型电力系统恢复目标 重要度统一评估[J].电力系统自动化,2024,48(10):42-53.
 XUE Feng, WANG Haohao, XUE Yusheng. Unified evaluation on importance of new power system restoration targets for

XXXX, XX(XX)

restoration decision [J]. Automation of Electric Power Systems, 2024, 48(10): 42-53.

- [4]顾雪平,白岩松,李少岩,等.电力系统黑启动恢复问题的研究 评述[J].电工技术学报,2022,37(13):3183-3200.
 GU Xueping, BAI Yansong, LI Shaoyan, et al. Research review of power system black-start restoration[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2022, 37(13): 3183-3200.
- [5] 赵曰浩,李知艺,鞠平,等.低碳化转型下综合能源电力系统弹性:综述与展望[J].电力自动化设备,2021,41(9):13-23.
 ZHAO Yuehao, LI Zhiyi, JU Ping, et al. Resilience of power system with integrated energy in context of low-carbon energy transition: review and prospects[J]. Electric Power Automation Equipment, 2021, 41(9): 13-23.
- [6] 林振智,文福拴,周浩.基于复杂网络社团结构的恢复子系统划 分算法[J].电力系统自动化,2009,33(12):12-16.
 LIN Zhenzhi, WEN Fushuan, ZHOU Hao. A new algorithm for restoration subsystem division based on community structure of complex network theory [J]. Automation of Electric Power Systems, 2009, 33(12): 12-16.
- [7] WANG C, VITTAL V, SUN K. OBDD-based sectionalizing strategies for parallel power system restoration [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2011, 26(3): 1426-1433.
- [8] 李力,傅子昊,孙磊,等.基于半监督谱聚类的黑启动分区策略
 [J].电力建设,2017,38(4):9-17.
 LI Li, FU Zihao, SUN Lei, et al. Black-start zoning strategy based semi-supervised spectral clustering algorithm [J]. Electric Power Construction, 2017, 38(4): 9-17.
- [9] 和敬涵,李长城,张沛,等.基于改进标签传播算法的电力系统 并行恢复分区方法[J].电网技术,2018,42(6):1776-1782.
 HE Jinghan, LI Changcheng, ZHANG Pei, et al. A partitioning method for power system parallel restoration based on modified label propagation algorithm [J]. Power System Technology, 2018, 42(6): 1776-1782.
- [10] 李婧斐,黎琦,罗萍萍,等.计及停电损失的电力系统黑启动分 区策略[J].南方电网技术,2022,16(3):58-66.
 LI Jingfei, LI Qi, LUO Pingping, et al. Partition strategies of power system black-start considering outage loss[J]. Southern Power System Technology, 2022, 16(3): 58-66.
- [11] 张智刚,康重庆.碳中和目标下构建新型电力系统的挑战与展望[J].中国电机工程学报,2022,42(8):2806-2819.
 ZHANG Zhigang, KANG Chongqing. Challenges and prospects for constructing the new-type power system towards a carbon neutrality future[J]. Proceedings of the CSEE, 2022, 42 (8): 2806-2819.
- [12] 李知艺,许悦,韩旭涛.量子计算技术在新型电力系统决策优化中的应用[J].电力系统自动化,2024,48(6):62-73.
 LI Zhiyi, XU Yue, HAN Xutao. Application of quantum computing technology in decision-making optimization of new power system [J]. Automation of Electric Power Systems, 2024, 48(6): 62-73.
- [13] 郭琦,卢远宏.新型电力系统的建模仿真关键技术及展望[J].
 电力系统自动化,2022,46(10):18-32.
 GUO Qi, LU Yuanhong. Key technologies and prospects of

modeling and simulation of new power system [J]. Automation of Electric Power Systems, 2022, 46(10): 18-32.

- [14] ZHOU Y F, TANG Z F, NIKMEHR N, et al. Quantum computing in power systems [J]. iEnergy, 2022, 1 (2) : 170-187.
- [15] NIKMEHR N, ZHANG P, BRAGIN M A. Quantum distributed unit commitment: an application in microgrids [J].
 IEEE Transactions on Power Systems, 2022, 37(5): 3592-3603.
- [16] WANG D W, ZHENG K D, TENG F, et al. Quantum annealing with integer slack variables for grid partitioning [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2023, 38(2): 1747-1750.
- [17] MORSTYN T. Annealing-based quantum computing for combinatorial optimal power flow [J]. IEEE Transactions on Smart Grid, 2023, 14(2): 1093-1102.
- [18] SILVA F F C, CARVALHO P M S, FERREIRA L A F M, et al. A QUBO formulation for minimum loss network reconfiguration [J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2023, 38(5): 4559-4571.
- [19] 郭梦婕,王晗,严正,等.基于光量子计算机的虚拟电厂分布式 资源解聚合优化方法[J/OL].中国电机工程学报[2024-08-07].https://doi.org/10.13334/j.0258-8013.pcsee.232192.
 - GUO Mengjie, WANG Han, YAN Zheng, et al. Deaggregation optimization of distributed resources in virtual power plants based on optical quantum computer[J/OL]. Proceedings of the CSEE [2024-08-07]. https://doi.org/10.13334/j.0258-8013.pcsee.232192.
- [20] 徐胜蓝,司曹明哲,万灿,等.考虑双尺度相似性的负荷曲线集成谱聚类算法[J].电力系统自动化,2020,44(22):152-160.
 XU Shenglan, SI Caomingzhe, WAN Can, et al. Ensemble spectral clustering algorithm for load profiles considering dual-scale similarities [J]. Automation of Electric Power Systems, 2020, 44(22): 152-160.
- [21] BRUSH S G. History of the Lenz-Ising model[J]. Reviews of Modern Physics, 1967, 39(4): 883-893.
- [22] WANG Z, MARANDI A, WEN K, et al. Coherent Ising machine based on degenerate optical parametric oscillators [J]. Physical Review A, 2013, 88(6): 063853.
- [23] 李琳.相干伊辛机基态收敛增强的机理与方法研究[D].北京: 中国科学院大学,2021.
 LI Lin. Mechanisms and methods on enhancing convergence to ground state of coherent Ising machine[D]. Beijing: University of Chinese Academy of Sciences, 2021.
- [24] LUCAS A. Ising formulations of many NP problems [J]. Frontiers in Physics, 2014, 2: 5.
- [25] ATOBE Y, TAWADA M, TOGAWA N. Hybrid annealing method based on subQUBO model extraction with multiple solution instances [J]. IEEE Transactions on Computers, 2022, 71(10): 2606-2619.
- [26] COLUCCI G, VAN DER LINDE S, PHILLIPSON F. Power network optimization: a quantum approach [J]. IEEE Access, 2023, 11: 2169-3536.

[27] 网络参数设置[EB/OL].[2024-08-30].https://github.com/ MrEightL/-.git.

Network Parameter settings[EB/OL]. [2024-08-30]. https://github.com/MrEightL/-.git.

- [28] 北京玻色量子科技有限公司.开物 SDK[EB/OL].[2024-08-30].https://developer.qboson.com/sdkDownload.
 Beijing QBoson Quantum Technology Co., Ltd. Kaiwu SDK
 [EB/OL]. [2024-08-30]. https://developer.qboson.com/sdkDownload.
- [29] 蒋玮,撒鹏程,贾俊,等.基于潮流追踪模块度的虚拟微电网分 区规划[J].电力系统自动化,2023,47(24):132-142.
 JIANG Wei, SA Pengcheng, JIA Jun, et al. Virtual microgrid partitioning planning based on modularity of power flow tracking

[J]. Automation of Electric Power Systems, 2023, 47 (24) : 132-142.

刘成骏(1999—),男,博士研究生,主要研究方向:量子计 算技术在电力系统中的应用。E-mail:liucj@seu.edu.cn

娄 骐(2002—),男,博士研究生,主要研究方向:量子计 算技术在电力系统中的应用。E-mail:230249153@seu.edu. cn

徐一骏(1990—),男,通信作者,博士,教授,博士生导师, 主要研究方向:电力系统不确定性分析、鲁棒调度、量子计算 技术在电力系统中的应用。E-mail:yijunxu@seu.edu.cn

(编辑 王梦岩)

The Partitioning Model and Qubit Expansion Method for Power Grid Blackout Based on Optical Quantum Computers

LIU Chengjun¹, LOU Qi¹, XU Yijun¹, GU Wei¹, WEN Kai², MA Yin²

School of Electrical Engineering, Southeast University, Nanjing 210018, China;
 Beijing QBoson Quantum Technology Co., Ltd., Beijing 100020, China)

Abstract: The implementation of a partitioned parallel recovery strategy after a power grid blackout ensures the rapid restoration of power supply, while the accurate and efficient partitioning method is one of the important prerequisites for the effective execution of this recovery strategy. Given the increasingly strict timeliness requirements of the new power system, existing methods struggle to meet these demands due to challenges such as unsolvable models, the need for manual selection of results, and the computational limitations of classical computers. To address this, this paper leverages emerging quantum computing technology and proposes a quantum computing-based partitioning approach for the rapid recovery of power networks after blackouts. Firstly, the network partitioning model after a blackout is constructed by considering the actual operation security constraints to minimize the sum of weights of the excised lines, which is transformed into a quadratic unconstrained optimization binary model that can be directly solved by the optical quantum computer. Secondly, the possibility of qubit expansion methods based on sub-problem extraction is preliminarily explored considering the real qubit limitation of the coherent Ising machine. Lastly, two cases are running in the specialized quantum computer developed by Beijing QBoson Quantum Technology Co., Ltd. to verify the validity of the partitioning model and the performance of the quantum expansion method proposed in this paper.

This work is supported in part by the Natural Science Foundation of Jiangsu Province, China (No. BK20230851) and in part by the Chinese Society of Optimization, Overall Planning and Economic Mathematics - Qboson Fund.

Key words: Quantum computing; qubit expansion; network blackout; quadratic unconstrained binary optimization; spectral clustering; parallel recovery partitioning



附录A

伊辛模型和QUBO模型的等价性证明如下:

除了式(14)的矩阵形式,多项式形式的QUBO模型通常表示为:

$$f(x) = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} q_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{M} q_i x_i + C_{\text{QUBO}}$$
(A1)

式中: $x_i \in \{0, 1\}$ 为二元变量, q_{ij} 和 q_i 分别为二次项和一次项对应的系数, C_{QUBO} 为常数。

事实上,QUBO模型和伊辛模型是同构的,利用式(12),可将式(11)变形为:

$$H_{\text{Ising}} = \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^{M} 4J_{ij} x_i x_j - \sum_{i=1}^{M-1} x_i \sum_{j=i+1}^{M} 2J_{ij} - \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^{M} 2J_{ij} x_j - \sum_{i=1}^{M} 2h_i x_i + C_{\text{Ising}}$$
(A2)

令
$$a_i = -\sum_{j=i+1}^{m} 2J_{ij} + 2h_i$$
开省略不影响优化结果的常数坝 C_{Ising} ,汪意到:

$$\sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^{M} J_{ij} x_j = J_{1M} x_M + J_{1,M-1} x_{M-1} + \dots + J_{12} x_2 + J_{2M} x_M + \dots + J_{23} x_3 \dots + J_{M-1,M} x_M = \sum_{i=1}^{M} b_i x_i$$
(A3)

则式(A2)可转化为:

$$H_{\text{lsing}} = \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^{M} 4J_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{M-1} (a_i - 2b_i) x_i + (-2h_M - 2b_M) x_M = \sum_{i=1}^{M-1} \sum_{j=i+1}^{M} 4J_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{M} c_i x_i \quad (A4)$$

再令
$$q_{ij} = 2J_{ij}, q_i = c_i, C_{QUBO} = 0, 则式(A4)可以被转化为(11), 即:$$

$$H_{\text{Ising}} = \sum_{i=1}^{M} \sum_{j=1}^{M} q_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^{M} q_i x_i = f(x)$$
(A5)

又注意到 x_i 为二元变量,有 $x_i^2 = x_i$,故二次项系数矩阵可与一次项系数矩阵合并,最终式(A5)可转化为式(14),证明完毕。

附录B

令 $x_{sub} \subset x$ 为原決策向量的一个子集, \hat{x} 是原QUBO模型的一个可行解, $x^* = \{x_i^*\}^M$ 是原QUBO模型的 最优解, $x_{sub}^* = \{y_i^*\}^s$ 子问题对应的最优解。若 x_{dif} 为 \hat{x} 和 x^* 中取值不同的二元变量构成的子集,且满足 $x_{sub} \supseteq x_{dif}, 则 f(x^*) = f_s(x_{sub}^*), 证明如下:$

根据式(24),子问题的最优解可表示为:

$$f_{s}(\boldsymbol{x}_{\text{sub}}^{*}) = \sum_{x_{i} \in \boldsymbol{x} \setminus \boldsymbol{x}_{\text{sub}}} \sum_{x_{j} \in \boldsymbol{x} \setminus \boldsymbol{x}_{\text{sub}}} q_{ij} x_{i} x_{j} + \sum_{x_{i} \in \boldsymbol{x}_{\text{sub}}} \sum_{x_{j} \in \boldsymbol{x}_{\text{sub}}} q_{ij} y_{i}^{*} y_{j}^{*} + \sum_{x_{i} \in \boldsymbol{x}_{\text{sub}}} q_{i} y_{i}^{*} + \sum_{x_{i} \in \boldsymbol{x}_{\text{sub}}} q_{i} x_{i} \qquad (B1)$$

类似的,将原问题的最优解表示为:

$$f_s(\boldsymbol{x}_{sub}^*) = \sum_{x_i \in \boldsymbol{x} \setminus \boldsymbol{x}_{sub}} \sum_{x_j \in \boldsymbol{x} \setminus \boldsymbol{x}_{sub}} q_{ij} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_j^* + \sum_{x_i \in \boldsymbol{x} \setminus \boldsymbol{x}_{sub}} \sum_{x_j \in \boldsymbol{x}_{sub}} q_{ij} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_j^* + \sum_{x_i \in \boldsymbol{x} \setminus \boldsymbol{x}_{sub}} q_{ij} \boldsymbol{x}_i^* \boldsymbol{x}_j^* + \sum_{x_i \in \boldsymbol{x} \setminus \boldsymbol{x}_{sub}} q_{ij} \boldsymbol{x}_i^* \quad (B2)$$

$$q_i x_i = q_i x_i^*, \, \forall x_i \in \mathbf{X} \backslash \mathbf{x}_{\text{sub}} \tag{B3}$$

$$q_{ij}x_j = q_{ij}x_j^*, \forall x_j \in \mathbf{X} \setminus \mathbf{x}_{sub}$$
(B4)

$$q_{ij}x_ix_j = q_{ij}x_i^*x_j^*, \forall x_i, x_j \in \mathbf{X} \setminus \mathbf{x}_{sub}$$
(B5)

则式(B1)可被重新表示为:

$$f_{s}(\boldsymbol{x}_{sub}^{*}) = \sum_{x_{i} \in \boldsymbol{x} \setminus \boldsymbol{x}_{sub}} \sum_{x_{j} \in \boldsymbol{x} \setminus \boldsymbol{x}_{sub}} q_{ij} x_{i}^{*} x_{j}^{*} + \sum_{x_{i} \in \boldsymbol{x}_{sub}} \sum_{x_{j} \in \boldsymbol{x} \setminus \boldsymbol{x}_{sub}} q_{ij} y_{i}^{*} x_{j}^{*} + \sum_{x_{i} \in \boldsymbol{x}_{sub}} \sum_{x_{j} \in \boldsymbol{x}_{sub}} q_{ij} y_{i}^{*} y_{j}^{*} + \sum_{x_{i} \in \boldsymbol{x}_{sub}} q_{i} y_{i}^{*} x_{j}^{*} - \sum_{x_{i} \in \boldsymbol{x}_{sub}} q_{ij} y_{i}^{*} y_{j}^{*} + \sum_{x_{i} \in \boldsymbol{x}_{sub}} q_{i} y_{i}^{*} x_{j}^{*} - \sum_{x_{i} \in \boldsymbol{x}_{sub}} q_{ij} y_{i}^{*} y_{j}^{*} + \sum_{x_{i} \in \boldsymbol{x}_{sub}} q_{i} y_{i}^{*} + \sum_{x_{i} \in$$

由上式可知:若 $f(x^*) < f_s(x^*_{sub}), 则与"x^*_{sub} = \{y^*_i\}^s$ 子问题对应的最优解"的假设相矛盾;若 $f(x^*) >$

 $f_s(x_{sub}^*),$ 则与" $x^* = \{x_i^*\}^M$ 是原QUBO模型的最优解"相矛盾。仅在 $f(x^*) = f_s(x_{sub}^*)$ 假设成立。



附录C

图 C1 子区域1节点电压幅值和相角结果 Fig. C1 Chart of voltage amplitude and phase angle results of subregion 1



图 C2 子区域 2 节点电压幅值和相角结果 Fig. C2 Chart of voltage amplitude and phase angle results of subregion 2

附录D

本节针对审稿专家提出的共性和关键问题,做出开放式的讨论,在此以问答方式呈现,以期为论文读者提供启发。

D1 所提出的模型和方法如何提升系统恢复的速度?

本文在目标函数和约束的选择上已经将后续恢复的便捷性纳入了考虑:目标函数保证分割后的子区域 内电气联系紧密且,有利于各子区域快速恢复供电,而约束则保证了恢复时各子区域的频率、负荷水平及恢 复速度基本一致,为后续的区域并联提供操作便利。另一方面,系统恢复策略可分为"串行"与"并行"两类, 其中并行恢复策略将系统分成几个子系统先各自独立恢复,待各子系统恢复完成后再通过并网来实现整个 系统的恢复。因此精准快速分区策略可有效加快系统恢复进程。

D2 本文中为何没有考虑网络潮流、线路功率传输限制等常规运行约束?/

在面向系统恢复的分区问题中,核心目标是快速恢复电网运行^[4],而非优化经济性或常规运行条件。分 区设计以拓扑和动态稳定性为主,着重确保备用恢复电源逐步恢复供电,保障关键负荷的优先恢复,并避免 电网频率或电压的大幅波动^{[7],[8]}。同时在恢复初期,电网运行状态复杂且不确定,网络潮流分布和负荷动态 特性难以精确预测,因此部分短时功率超限通常是可接受的。在后续阶段,随着更多设备的上线和系统逐步 恢复,才会逐步引入常规运行约束以确保电网的安全稳定运行。

D3 在商用求解器已经如此成熟的当下,引入量子计算是否具有实际意义?

为体现商用求解器的技术优势,在IEEE-39节点算例中,本文使用商用求解器分别求解了本文提出的 QUBO模型和等价转换混合整数二次规划模型,而在QUBO模型的求解上商用求解器在求解时间上并未展 示出足够的技术优势。

本文的另一重点是提出一种在实际问题规模远超当前量子计算比特规模时的解决方案,即量子比特扩容方法。相较于仅将问题转化为QUBO模型并利用量子计算机高效求解,本文方法具有更强的现实意义, 为所有基于QUBO模型的问题在量子比特数超限时提供了一种通用的解决思路。

此外,量子计算方法不仅面向当下,同时也展望未来更大规模的问题。随着电力系统的快速发展,问题 规模持续扩大,经典求解方法将面临指数级增长的计算资源需求。实验结果(如IEEE-39和IEEE-118算例) 显示,量子计算机的计算时间并未随问题变量维度的增加而显著增加:在IEEE-39节点算例中,变量维度为 88,单次计算耗时仅3.89ms;在IEEE-118节点算例中,变量维度为180,5次计算总耗时为14.8ms。这种计算 时间的稳定性是经典计算机无法比拟的技术优势,也为未来大规模电力优化问题提供了重要的潜在解决 路径。

D4 本文提出的量子比特扩容方法的最优解可达性存疑,作者如何保证每次求解中被固定的变量与最优解 一致?

本文提出的量子比特扩容方法主要针对光量子计算机上应用的QUBO模型,这一模型是完全离散形式 的优化模型。在变量规模扩大后,一方面,无论是经典计算机上的商用求解器还是启发式算法,都无法高效 地得到问题的最优解;另一方面,光量子计算机虽然能够高效得到问题的最优解,但求解的问题规模受到了 可计算量子比特数的制约。

本文正是针对以上的痛点,基于"越是经典计算机容易求解的部分,在多次求解的过程中得到的解越趋向于相同值"这一假设,提出了量子比特扩容方法。虽然无法保证百分之百得到原问题的最优解,但该方法 至少能够提供一个近似最优解,从而实现了从无法求解到能够求解的突破。作者认为,随着量子计算技术的 发展和研究的不断成熟,未来将会提出更多成熟的可行解决方案。

IEEE 39节点算例中,分区后各子区域节点电压幅值和相角结果如图C1、C2所示。该系统中节点幅值范围为0.94 p.u.-1.06 p.u.,各自区域中幅值节点幅值均满足电压要求,且相角偏差并未过大。